

Exercice 1 (9 points)

Soit le polynôme P définie sur \mathbb{R} par $P(x) = 4x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 2x - 3$.

- 1) Trouver les réels a et b tels que pour tout réel x , $P(x) = (2x^2 + bx)^2 - 2(ax^2 + bx) - 3$.
- 2) Factoriser le trinôme $u^2 - 2u - 3$.
- 3) Factoriser alors $P(x)$.
- 4) a) Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $P(x) = 0$.
b) En déduire les solutions de l'équation : $4x^4 - 4x^3 = 3x^2 - 2x + 3$.
- 5) a) Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $|P(x)| = 2x^2 + x - 3$.
b) Résoudre dans \mathbb{R} , l'inéquation $\frac{P(x)}{x^2 - 1} \geq 0$.

Exercice 2 (11 points)

Soit ABCD un parallélogramme de centre O et G le barycentre des points pondérés $(A, 3)$ et $(B, 1)$.

A) Soit f l'application du plan dans lui même qui à tout point M associe le point M' tel que

$$\overrightarrow{MM'} - \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MA} = \vec{0}.$$

- 1) Déterminer l'image de A par f .
- 2) a) Montrer que f admet un unique point invariant que l'on précisera.
b) Montrer que f est une homothétie dont on précisera le centre et le rapport.
- B) Soit h l'homothétie de centre G et de rapport -3 .
 - 1) Déterminer l'image de la droite (AD) par h .
 - 2) La droite (GD) coupe la droite (BC) en E . Montrer que $h(D) = E$.
 - 3) Soit (\mathcal{C}) le cercle de centre G et passant par A .
 - a) Déterminer et construire le cercle (\mathcal{C}') image de (\mathcal{C}) par h .
 - b) La demi droite $[GD)$ coupe (\mathcal{C}) en M et la demi droite $[GE)$ coupe (\mathcal{C}') en N .
Montrer que les droites (MA) et (NB) sont parallèles.
- 4) Soit h' l'homothétie telle que $h'(A) = N$ et $h'(M) = B$.
 - a) Construire le point G' image de G par h' .
 - b) Construire le centre J de h' .
 - c) Déterminer le rapport de h' .